56. Sei $F : K$ eine zyklische Körpererweiterung mit $[F : K] = n$, σ ein Erzeuger der Galois-Gruppe $\mathrm{Aut}_K(F)$, $w \in F$ und $u \in F$ mit $T(u) = 0$. Sei v (abhängig von u und w) definiert als $v = uw + (u + \sigma(u))\sigma(w) + \ldots + (u + \sigma(u) + \sigma^2(u) + \ldots + \sigma^k(u))\sigma^k(w) + \ldots + (u + \sigma(u) + \sigma^2(u) + \ldots + \sigma^{n-2}(u))\sigma^{n-2}(w)$, dann gilt $v - \sigma(v) = T(w)u$ (und folglich $v - \sigma(v) = u$ für jene w mit $T(w) = 1$).

57. Sei $F : K$ eine zyklische Körpererweiterung mit $[F : K] = n$, σ ein Erzeuger der Galois-Gruppe, und $u \in F$ mit $N(u) = 1$. Sei $y \in F$, und v (abhängig von u, y) definiert als

$$v = uy + (u\sigma(u))\sigma(y) + (u\sigma(u)\sigma^2(u))\sigma^2(y) + \ldots + (u\sigma(u)\sigma^2(u) \cdot \ldots \cdot \sigma^{n-1}(u))\sigma^{n-1}(y),$$

dann gilt für jene y, für die $v \neq 0$ ist, daß $v\sigma(v)^{-1} = u$.

58. Zeigen Sie, daß die Summe aller Elemente eines jeden endlichen Körpers $F \neq \mathbb{F}_2$ Null ist.

59. Wenn die multiplikative Guppe $(F^*, \cdot)$ eines Körpers F zyklisch ist, dann ist F endlich.