In den folgenden Beispielen 48-50 sei $F : K$ eine endlich-dimensionale Galois-Erweiterung und Norm $N = N_K^F$ und Spur $T = T_K^F$ von $u \in F$ definiert als

$$N(u) = \sigma_1(u) \cdot \ldots \cdot \sigma_n(u) \qquad T(u) = \sigma_1(u) + \ldots + \sigma_n(u),$$

wobei $\{\sigma_1, \ldots \sigma_n\} = \mathrm{Aut}_K(F)$.

48.

(i) Für alle $u \in F$ gilt: $N(u) \in K$, $T(u) \in K$.

(ii) Für alle $u \in K$ gilt: $N(u) = u^{[F:K]}$, $T(u) = [F : K]u$.

49. Sei E ein Körper mit $K \subseteq E \subseteq F$, sodaß $E : K$ Galois. Dann gilt für alle $u \in F$: $N_K^E(N_E^F(u)) = N_K^F(u)$ und $T_K^E(T_E^F(u)) = T_K^F(u)$.

50. Sei $u \in F$ und $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} \ldots + a_0$ das Minimalpolynom von u über K. Wenn $F = K[u]$, dann gilt $N(u) = (-1)^n a_0$ und $T(u) = -a_{n-1}$, und allgemeiner, für beliebiges $u \in F$ gilt: $N(u) = ((-1)^n a_0)^{[K[u]:K]}$ und $T(u) = -[K[u] : K]a_{n-1}$.

51. Sei A der algebraische Abschluß von $\mathbb{Z}_p$. Dann enthält A für jedes n genau eine Kopie des Körpers mit p^n Elementen.

52. Sei A der algebraische Abschluß von $\mathbb{Z}_p$. Dann gilt $\mathrm{Aut}(A) = \mathrm{Aut}_{\mathbb{Z}_p}(A)$ und jeder endliche Körper $F \subset A$ ist unter $\mathrm{Aut}(A)$ stabil.

53. Sei A der algebraische Abschluß von $\mathbb{Z}_p$. Dann ist $\mathrm{Aut}(A)$ (bzgl. Verknüpfung von Abbildungen) eine kommutative Gruppe.

54. Sei A der algebraische Abschluß von $\mathbb{Z}_p$, $\psi : A \to A$, $\psi(x) = x^p$ der Frobenius-Homomorphismus. Dann ist die von ψ erzeugte Untergruppe eine echte Untergruppe von $\mathrm{Aut}(A)$.

55. Eine Körpererweiterung $E : K$ ist normal genau dann, wenn jedes irreduzible $f \in K[x]$ in $E[x]$ in irreduzible Faktoren zerfällt, die alle denselben Grad haben.