**27.** Sei $C \in M_n(R)$, $R$ kommutativer Ring mit 1. Zeigen Sie, dass $F_k(C)$ $(1 \leq k \leq n)$ unter elementaren Zeilen- und Spaltenoperationen von $C$ invariant ist.

**28.** Sei $C \in M_n(K)$, $K$ ein Körper. Zeigen Sie, daß man einen Erzeuger des Ideals

$$N_C = \{f \in K[x] \mid f(C) = 0\}$$

von $K[x]$ bekommt, indem man $xI - C$ durch elementare Zeilen- und Spaltenoperationen in $M_n(K[x])$ auf Diagonalgestalt $\mathrm{diag}(m_1, ..., m_n)$ mit $m_i \mid m_{i+1}$ bringt: es ist dann nämlich $N_C = m_n(x)K[x]$.

**29.** Sei $p \in \mathbb{Z}$ prim und $n \in \mathbb{N}$ mit $p \nmid n$. Ist das $n$-te Kreisteilungspolynom $\varphi_n \in \mathbb{Z}[x]$, aufgefaßt als Polynom in $\mathbb{Z}_p[x]$, das $n$-te Kreisteilungspolynom für jeden Körper $F$ mit $p^m$ Elementen?

**30.** Konstruieren Sie die Kreisteilungspolynome $\varphi_n \in \mathbb{Z}[x]$ für $1 \leq n \leq 12$.

**31.** Konstruieren Sie die Kreisteilungspolynome $\varphi_n \in \mathbb{Z}_2[x]$, für $n$ ein Teiler von 15.

**32.** Konstruieren Sie die Kreisteilungspolynome $\varphi_n \in \mathbb{Z}_3[x]$, für $n$ ein Teiler von 16.

**33.** Finden Sie eine Matrixdarstellung (über $\mathbb{Z}_3$) des Körpers mit 9 Elementen.

**34.** Finden Sie eine Matrixdarstellung (über $\mathbb{Z}_2$) des Körpers mit 8 Elementen.