18. Sei K ein Körper der Charakteristik p und $a \in K$, sodaß a keine p-te Potenz eines Elements aus K ist. Dann hat $f = x^p - a \in K[x]$ in seinem Zerfällungskörper F über K eine p-fache Nullstelle und ist in $K[x]$ irreduzibel. (Kein Produkt von weniger als allen p Linearfaktoren in $F[x]$ kann in $K[x]$ sein: konstanten Term betrachten; 1 als $\mathbb{Z}$-Linearkombination von p und k $(1 \leq k < p)$ darstellbar).

19. Seien $q, n \in \mathbb{N}$ mit $\mathrm{ggT}(q, n) = 1$. Dann gibt es ein $d \in \mathbb{N}$ mit $n \bigm| q^d - 1$ und für das minimale solche d gilt $d \bigm| \varphi(n)$.

20. Sei K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$. Dann bilden die n-ten Einheitswurzeln in K eine zyklische Gruppe, deren Ordnung ein Teiler von n ist.

21. Seien $d, n \in \mathbb{N}$ mit $d \bigm| n$, dann ist $p^d - 1$ ein Teiler von $p^n - 1$ (in $\mathbb{Z}$) und $x^{p^d} - x$ ein Teiler von $x^{p^n} - x$ (im Polynomring $K[x]$, K ein beliebiger Körper).

22. Sei $\mathbb{F}_{p^n}$ der Körper mit p^n Elementen (p prim). Jeder Unterkörper von $\mathbb{F}_{p^n}$ hat p^d Elemente für ein d mit $d \bigm| n$.

23. $\mathbb{F}_{p^n}$ hat für jeden Teiler d von n genau einen Unterkörper mit p^d Elementen, nämlich die Menge der Fixpunkte von $x \mapsto x^{p^d}$ bzw. der Nullstellen von $x^{p^d} - x$.

24. Seien E, F zwei Erweiterungskörper von K. Ein Körperhomomorphismus $f\colon E \to F$ heißt K-Homomorphismus, wenn für alle $k \in K$ gilt $f(k) = k$. Zeigen Sie, daß ein Körper-Homomorphismus $f\colon E \to F$ genau dann K-Homomorphismus ist, wenn er K-lineare Abbildung ist.

25. Seien $K \subseteq F$ Körper; $f : F \to F$ ein K-Monomorphismus, $g \in K[x]$. Dann permutiert f die Nullstellen von g in F.

26. Seien $K \subseteq F$ Körper; $f : F \to F$ Endomorphismus von F, $g \in K[x]$ ein normiertes Polynom, das über F zerfällt. Wenn f die Nullstellen von g in F permutiert, dann läßt f die Koeffizienten von g elementweise fest.