7. Sei D ein Integritätsbereich und $f \in D[x] \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, daß f in D höchstens $\deg f$ Nullstellen hat, und arbeiten Sie dabei genau heraus, wo man Kommutativität von D verwendet und wo Nullteilerfreiheit.

8. Gegeben $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie ein $m \in \mathbb{N}$, sodaß in $\mathbb{Z}_m$ das Polynom x^2 mindestens n Nullstellen hat.

9. Gegeben $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie ein $m \in \mathbb{N}$, sodaß in $\mathbb{Z}_m$ das Polynom $x^2 - 1$ mindestens n Nullstellen hat.

10. Sei K ein Körper und $f \in K[x]$ irreduzibel, sodaß f in einem Körper $F \supseteq K$ eine mehrfache Nullstelle hat. Zeigen Sie, daß $f' = 0$ gelten muß, was nur vorkommen kann, wenn $\chi(K) = p$ prim und in f nur Monome x^k mit $p \mid k$ (mit Koeffizienten ungleich 0) vorkommen.

11. Sei K ein endlicher Körper. Zeigen Sie, daß kein irreduzibles Polynom $f \in K[x]$ in seinem Zerfällungskörper eine mehrfache Nullstelle hat. (Hinweis: voriges Beispiel.)

12. Sei $K = \mathbb{Z}_p(y)$ der Körper der rationalen Funktionen über $\mathbb{Z}_p$ und $f(x) = x^p - y$. Zeigen Sie, daß f in seinem Zerfällungskörper F über K eine p-fache Nullstelle hat und daß f in $K[x]$ irreduzibel ist. (Hinweis: mögliche Faktoren in $K[x]$ sind jedenfalls Produkte von irreduziblen Faktoren in $F[x]$; konstanten Term betrachten.)